

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: حسابان

تاریخ آزمون:

تابع

۱- در کدام گزینه  $y$  تابعی از  $x$  است؟

$x = y^3 - 4y + 1$  (۲)  $x + y^2 = y$  (۱)

$x = y^3 + y + |y|$  (۴)  $x = |2y + 1| + y$  (۳)

۲- تساوی  $f^{-1} \circ f = f \circ f^{-1}$  برای کدام یک از توابع زیر همواره برقرار است؟

$f(x) = 1 - \sqrt{x-1}$  (۲)  $f(x) = 1 + \sqrt{x+1}$  (۱)

$f(x) = 1 - \sqrt{x^2+1}$  (۴)  $f(x) = 1 + \sqrt{x^3-1}$  (۳)

۳- اگر  $f\left(\frac{2}{x}\right) = \sqrt{3-x}$  مقدار  $f(2f(1))$  کدام است؟

(۱) ۰ (۲)  $\sqrt{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴) ۱

۴- اگر  $f(x) = x - \frac{1}{2}[2x]$  و  $g(x) = 3|x|$  باشند، برد تابع  $g \circ f$  شامل چند عدد صحیح است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۵- اگر  $f = \{(1, 2), (-1, 0), (0, [a])\}$  و  $g(x) = 2^x$  باشند، به ازای حداکثر چه مقادیری از  $a$  تابع  $f + g$  صعودی است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

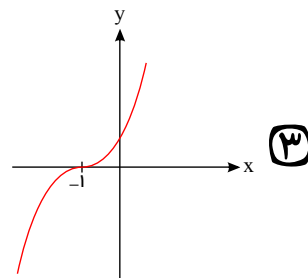
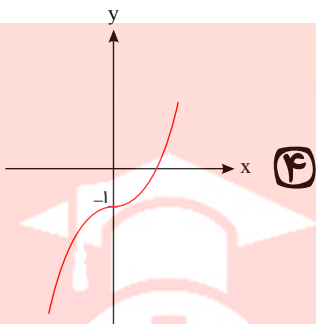
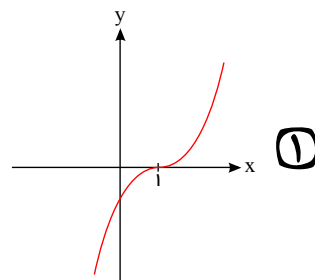
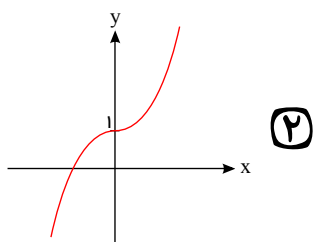
(۱)  $[0, 3]$  (۲)  $[0, 4]$  (۳)  $[-\frac{1}{2}, 3]$  (۴)  $[-\frac{1}{2}, 4]$

www.my-dars.ir

۶- اگر  $f(x) = \frac{\log_x^{1-x}}{x - [x]}$  دامنه  $f(x)$  کدام است؟

(۱)  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$  (۲)  $(0, 1)$  (۳)  $(0, 1)$  (۴)  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

۷- نمودار تابع  $y = x^3 + 1$  کدام است؟



۸- توابع  $f$  و  $g$  روی  $\mathbb{R}$  اکیداً نزولی می‌باشند و تابع  $f \circ g$  نیز روی  $\mathbb{R}$  تعریف شده است، اگر  $f \circ g(m^2 + 1) = 3a - 1$  و  $f \circ g(m^2 + 3) = 2a + 4$ ، آنگاه بزرگترین محدوده  $a$  کدام است؟

- ۱  $a > 5$     
 ۲  $a < -5$     
 ۳  $a \in \mathbb{R}$     
 ۴  $a < 5$

۹- نمودار  $y = |3^{x-1} - 1|$  تنها در کدام بازه اکیداً نزولی است؟

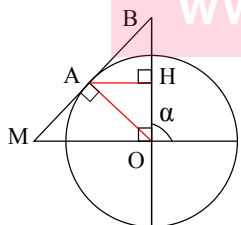
- ۱  $[1, +\infty)$     
 ۲  $(-\infty, 1]$     
 ۳  $[0, +\infty)$     
 ۴  $(-\infty, 0]$

۱۰- باقی‌مانده تقسیم عبارت  $y(x) = x^4 - kx^2 - 3x + 1$  بر  $x - 2$  برابر ۳ شده است. باقی‌مانده تقسیم  $y(x)$  بر  $x + 1$  کدام است؟

- ۱ ۴    
 ۲ ۳    
 ۳ ۲    
 ۴ ۱

۱۱- در دایره‌ی مثلثاتی مقابل اندازه‌ی  $AB$  چقدر است؟

- ۱  $\tan \alpha$     
 ۲  $\cot \alpha$     
 ۳  $\tan \alpha \sin \alpha$     
 ۴  $\cot \alpha \cos \alpha$



مثلثات

۱۲- معادله‌ی  $\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{\tan 2x}{1 + \tan^2 2x}$  در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  چند جواب دارد؟

- ۱ صفر    
 ۲ ۲    
 ۳ ۳    
 ۴ ۴

۱۳- در معادله  $\frac{\sin(\frac{\pi}{3} - x) + \cos(\frac{\pi}{3} + x)}{2 \sin(\frac{\pi}{3} + x) - \cos(\frac{\pi}{3} - x)} = 2$  مقدار  $\tan x$  کدام است؟

- ① ۳      ② ۲      ③ ۱      ④ -۱

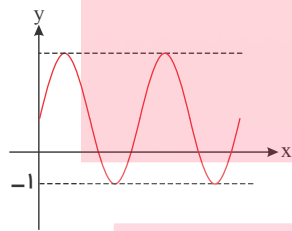
۱۴- اگر  $\frac{2}{3} = \cos 3\beta \cos 2\beta + \sin 3\beta \sin 2\beta$  باشد، آنگاه حاصل  $\sin 2\beta$  کدام است؟  
(زاویه  $\beta$  حاده است.)

- ①  $\frac{2\sqrt{5}}{9}$       ②  $\frac{4\sqrt{5}}{9}$       ③  $\frac{8}{9}$       ④  $-\frac{2}{9}$

۱۵- چرخي که با سرعت ثابت حول مرکزش دوران می‌کند، در هر ساعت ۳۰۰۰ دور می‌چرخد. این چرخ در یک ثانیه بر حسب رادیان چه زاویه‌ای را طی می‌کند؟

- ①  $\frac{4\pi}{3}$       ②  $\frac{5\pi}{2}$       ③  $\frac{5\pi}{3}$       ④  $\pi$

۱۶- شکل زیر نمودار تابع  $y = 1 + a \sin(b\pi x)$  در بازه  $(0, \frac{4}{3})$  است.  $a + b$  کدام است؟



- ① ۳      ② ۴      ③ ۵      ④ ۶

۱۷- اگر  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  و  $\tan \alpha = m^2 - 4$ ، آنگاه حدود  $m$  کدام است؟

- ①  $-2 < m < 2$       ②  $-2 \leq m \leq 2$   
③  $m \leq -2$  یا  $m \geq 2$       ④  $m < -2$  یا  $m > 2$

www.my-dars.ir

۱۸- معادله  $2 \sin^2(x - \frac{\pi}{8}) + 3 \cos(x - \frac{5\pi}{8}) = 5$  در بازه  $[0, 2\pi]$  چند جواب دارد؟

- ① صفر      ② ۱      ③ ۲      ④ ۳

۱۹- دوره تناوب تابع  $y = \sin^2 \frac{3x}{4} + \cos^2 \frac{2x}{3}$  کدام است؟

- ①  $4\pi$       ②  $3\pi$       ③  $36\pi$       ④  $12\pi$

۲۰- طول وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه ۳۹ سانتی‌متر است. اگر کسینوس یکی از زوایای آن  $\frac{5}{13}$  باشد، مساحت این مثلث کدام است؟

- ① ۳۰      ② ۹۰      ③ ۱۸۰      ④ ۲۷۰

۲۱- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(2 - \sqrt{x})}{\cot \frac{\pi x}{8}}$  کدام است؟

- ①  $-\frac{\pi}{2}$       ②  $-\frac{2}{\pi}$       ③  $\frac{2}{\pi}$       ④  $\frac{\pi}{2}$

۲۲- فاصله‌ی محل تلاقی مجانب‌های تابع  $y = \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - 3x + 2}$  تا مبدأ کدام است؟

- ① ۱      ②  $\sqrt{2}$       ③ ۲      ④  $\sqrt{5}$

۲۳- اگر  $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$  آن‌گاه حد تابع  $[f(x)]$  وقتی  $x$  به  $+\infty$  میل می‌کند کدام است؟ (نماد  $[ ]$  جزء صحیح است)

- ① ۰      ② ۱      ③ -۱      ④ موجود نیست

۲۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{\sin 3x - 1}{\sin^3 x + 1}$  کدام است؟

- ① ۳      ② -۳      ③ ۹      ④ -۹

۲۵- حاصل حد  $A = \lim_{x \rightarrow 0} (\tan 3x \cot x - \tan x \cot 3x)$  کدام است؟

- ① صفر      ② ۱      ③  $\frac{4}{3}$       ④  $\frac{8}{3}$

۲۶- تابع  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & ; [x] \text{ فرد} \\ 3x - 2 & ; [x] \text{ زوج} \end{cases}$  در چند نقطه‌ی صحیح حد دارد؟ ( $[ ]$ ، نماد جزء صحیح است.)

- ① صفر      ② ۱      ③ ۲      ④ ۴

۲۷- اگر بازه  $(2x - 3, x + 2)$  همسایگی متقارنی به مرکز ۳ باشد شعاع همسایگی کدام است؟

- ①  $\frac{7}{6}$       ②  $\frac{7}{3}$       ③  $\frac{8}{3}$       ④  $\frac{4}{3}$

حدهای نامتناهی - حد در بی نهایت

۲۸- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x + \tan^2 x}{x \sin x}$  کدام است؟

- ①  $\frac{1}{2}$       ② ۱      ③  $\frac{3}{2}$       ④ ۳

۲۹- اگر تابع  $f$  در  $x = -1$  حد داشته و  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3f(x) + 1}{2f(x) - 1} = 2$  باشد، حاصل

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  کدام است؟

- ① -۲      ② ۲      ③ ۳      ④ -۳

۳۰- تابع  $f(x) = \frac{x\sqrt{16-x^2}}{\sin x}$  چند مجانب قائم دارد؟

- ① ۱      ② ۲      ③ ۳      ④ صفر

۳۱- اندازه‌ی مشتق تابع  $y = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{x + 2}$  در  $x = -1$  برابر است با:

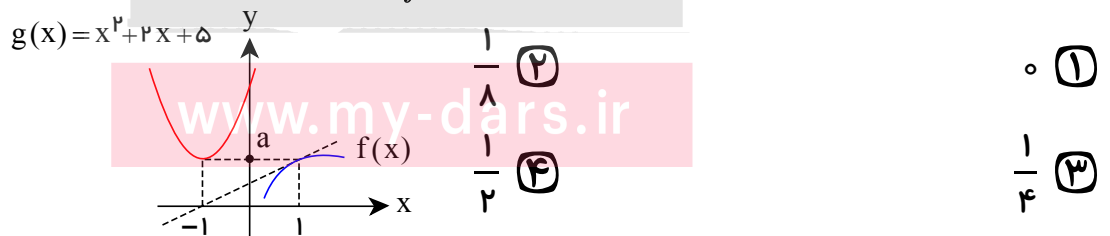
- ① ۱      ②  $\frac{1}{2}$       ③  $-\frac{1}{2}$       ④ -۱

۳۲- مشتق تابع  $f$  در نقطه  $x = 2$  به صورت  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(2+h)^2 + k(2+h) - 2k - 8}{h} = 12$  بیان

شده است،  $k$  کدام است؟

- ① ۲      ② ۳      ③ ۴      ④ ۶

۳۳- نمودار توابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر هستند. مشتق تابع  $\frac{g}{f}$  در  $x = 1$  کدام است؟



۳۴- فرض کنید تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - ax + 2a - 8}$  و

$f'_+(2) = +\infty$ ،  $f'_-(2) = -\infty$  می‌باشد.  $a$  کدام است؟

- ①  $a \in \mathbb{R}$       ②  $a \in \mathbb{R} - \{12\}$       ③  $a = 12$       ④  $a \in \emptyset$

مشتق

۳۵- با فرض  $f(x) = |x^2 - 4| [x^2]$ ، مشتق چپ تابع  $y = f\left(\frac{6}{x}\right)$  در نقطه‌ی  $x = -3$  چقدر است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است).

- ۱ (۱) ۸      ۲ (۲) -۸      ۳ (۳)  $\frac{۳۲}{۳}$       ۴ (۴)  $-\frac{۳۲}{۳}$

۳۶- تابع  $f(x) = \min\left\{\frac{1}{|x|}, x^2\right\}$  در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

- ۱ (۱) ۲      ۲ (۲) ۱      ۳ (۳) ۳      ۴ (۴) ۴

۳۷- اگر  $f(x) = g(x\sqrt{x}) = \frac{x^2}{8} + 1$  آن گاه حاصل مشتق  $(f \cdot g)(x)$  در نقطه‌ای به طول  $x = 8$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۶      ۲ (۲) ۳      ۳ (۳) ۱۲      ۴ (۴) ۹

۳۸- اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+3h) - f(2-h)}{h} = 5$  و  $g(x) = \sqrt{3x+1}$  باشد، آن گاه مشتق تابع  $f \circ g$  در نقطه‌ی  $x = 1$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{۱۵}{۱۶}$       ۲ (۲)  $\frac{۱۵}{۸}$       ۳ (۳)  $\frac{۵}{۱۶}$       ۴ (۴)  $\frac{۵}{۸}$

۳۹- مشتق تابع  $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$  کدام است؟

۱ (۱)  $\sin \frac{1}{x} - \frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$

۲ (۲)  $\sin \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$

۳ (۳)  $\cos \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \sin \frac{1}{x}$

۴ (۴)  $\cos \frac{1}{x} - \frac{1}{x} \sin \frac{1}{x}$

۴۰- اگر  $f(x) = x^2 - x$  و  $g(x) = \sqrt{2x}$  حاصل

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(2+\Delta x)g(2+\Delta x) - f(2)g(2)}{\Delta x}$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۳      ۲ (۲) ۴      ۳ (۳) ۷      ۴ (۴) ۶

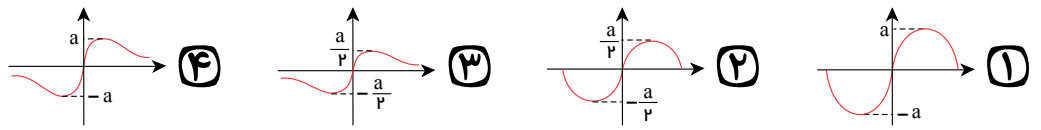
۴۱- خط به معادله‌ی  $y = x + 4$  محور تقارن منحنی تابع  $y = \frac{(2a-1)x+3}{2x+a}$  است. عرض از

مبداء محور تقارن دیگر آن، کدام است؟

- ۱ (۱) -۲      ۲ (۲) ۱      ۳ (۳) -۱      ۴ (۴) ۲

کاربرد مشتق

۴۲- نمودار تابع  $y = \frac{ax}{1+x^2}$  (  $a > 0$  ) کدام است؟



۴۳- محل تلاقی دو مجانب تابع  $y = \frac{2x+a}{x-b}$  روی خط  $y = 3x+b$  قرار دارد، مقدار  $b$  کدام است؟

- ۱  $\frac{1}{2}$       ۲  $\frac{2}{3}$       ۳  $\frac{1}{3}$       ۴ ۱

۴۴- مینیمم مطلق تابع  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$  در فاصله  $[-1, 3]$  کدام است؟

- ۱ -۵      ۲ -۱۲      ۳ -۲      ۴ ۰

۴۵- تابع  $f$  یک تابع درجه سوم به صورت  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a \neq 0$ ) است که روی  $\mathbb{R}$  (مجموعه‌ی اعداد حقیقی) تعریف شده است. کدام گزینه نادرست است؟

- ۱  $f$  می تواند نقطه ی بحرانی ای نداشته باشد.  
 ۲  $f$  حداکثر دو نقطه ی بحرانی دارد.  
 ۳ اگر  $f$  یک تابع فرد باشد، مبدأ مختصات، نقطه ی عطف تابع  $f$  است.  
 ۴ اگر  $a > 0$  باشد، تابع  $f$  یک تابع صعودی است.

۴۶- بیشترین مقدار تابع  $f(x) = \frac{1}{2x^2 - 4x + 5}$  کدام است؟

- ۱ ۳      ۲  $\frac{1}{3}$       ۳ ۴      ۴  $\frac{1}{4}$

۴۷- تابع  $f$  با نمودار مقابل، چند اکسترمم نسبی در بازه  $I = [a, b]$  دارد؟



- ۱ ۴      ۲ ۵      ۳ ۶      ۴ ۷

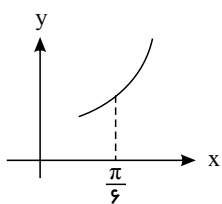
۴۸- طول نقطه‌ی عطف تابع  $y = (5 - \sqrt{x^2})x^2$  و  $x > 0$  کدام است؟

- ۱  $\frac{27}{4}$       ۲  $\frac{27}{8}$       ۳ ۷      ۴ ۶

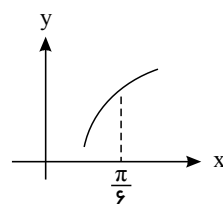
۴۹- برای تابع  $f(x) = |x^2 - 2x|$ ، نقطه‌ای به طول  $x = 2$  چه نقطه‌ای است؟

- ۱ ماکزیمم نسبی      ۲ مینیمم نسبی      ۳ نقطه‌ی بازگشتی      ۴ نقطه‌ی عادی

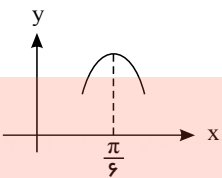
۵۰- نمودار تابع  $y = \sin^2 x + \sin x$  در مجاورت  $x = \frac{\pi}{6}$  به کدام صورت است؟



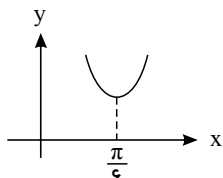
(۲)



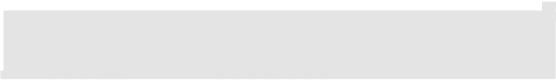
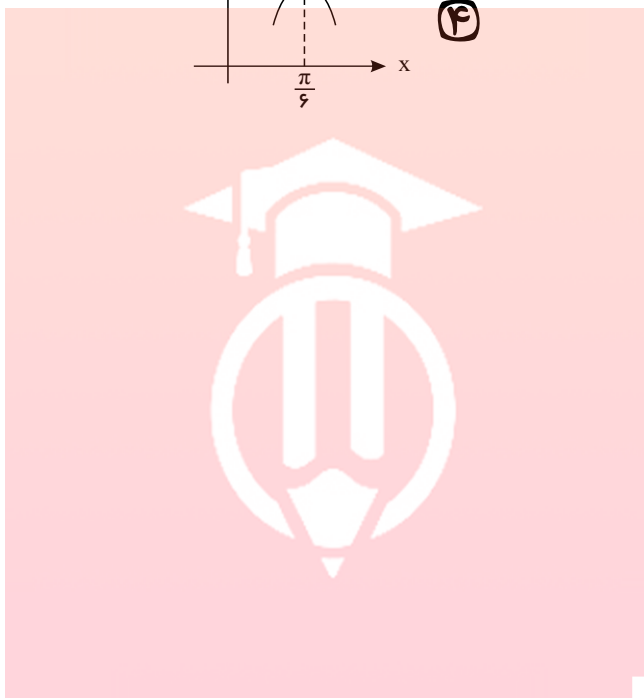
(۱)



(۴)



(۳)



[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)